2. Résolution d'inéquations

Résoudre une inéquation consiste à déterminer l'ensemble des x pour lesquels l'expression est soit positive soit négative.

Exemple : Résolvons l'inéquation $-2x^2 > -5x+3$.

EXEMPLE DE RESOLUTION D'UNE INEQUATION SIMPLE DU SECOND DEGRE

https://youtu.be/uCgtQTvPBfw

Lorsqu'on a un produit ou un quotient de polynômes, on étudie le signe de chaque polynôme dans un tableau récapitulatif.

Exemples :

EXEMPLES DE RESOLUTION D'UNE INEQUATION

FRACTIONNAIRE DU SECOND DEGRE

https://youtu.be/7YIisp4YX3o

(1) Résolvons l'inéquation $\frac{6x^2-7x-5}{2x-3}\geq 0$

(2) Résolvons l'inéquation $3x+1\geq \frac{2}{2x-3}$.

Exercices :

https://bit.ly/3Gu0jwR

1. Résous les inéquations suivantes :

   (1) $-2x^2+3x+2>0$

   (2) $x^2-5x+4>0$

   (3) $x^2\leq 8-7x$

   (4) $3x(x-3)<5(x-3)$

   (5) $9>x^2$

   (6) $\dfrac{4}{(x-1)^2}\leq 1$

   (7) $x\leq\dfrac{3}{x}$

   (8) $\dfrac{x^3-4x}{x+1}\leq 0$

   (9) $\dfrac{x^2-4x+3}{(x-1).(-x^2+3x+4)}\leq 0$

   (10) $5x-1\leq\dfrac{2x-1}{x+1}$

   (11) $\dfrac{x-5}{x-3}\leq\dfrac{x+2}{x-1}$

2. Pose les conditions d'existence et détermine le domaine de définition des fonctions suivantes :

   (1) $f(x)=\dfrac{-2}{45+4x-x^2}$

   (2) $f(x)=\sqrt{(x+1)(5x-15)}$

(3) $f\left(x\right)=\sqrt{x^2+4x+10}$

(4) $f\left(x\right)=\sqrt{\dfrac{x^2-3x+2}{x-4}}$

(5) $f\left(x\right)=\dfrac{\sqrt{4x^2+x-3}}{\sqrt{x-1}}$

(6) $f\left(x\right)=\sqrt{\left(-x^2+6x-10\right)\left(x-6\right)}$

(7) $f\left(x\right)=\dfrac{\sqrt{-3x\left(2x-4\right)}}{\sqrt{-x^2+5x-4}}$

(8) $f\left(x\right)=\sqrt{\dfrac{\left(6x-2\right)\left(x+3\right)}{x^2-x-6}}$

Le saviez-vous ?

Les symboles > et < apparaissent en 1631 dans l'ouvrage *Artis Analyticae Praxis Ad Equaetiones Algeebraicas Resolvendas* de Thomas Harriot (ci-contre): « *signum majoritatis ut signicet* a *majorem quam b* » . Pierre Bouguet utilise les symboles $\geqq$ et $\leqq$ en 1734. En 1670, John Wallis utilise des symboles similaires avec une unique barre horizontale (≥ et ≤). On lui doit aussi le symbole de l'infini.

<u>*Pour chercher :*</u>

1. Résous l'inéquation $1 \leq \dfrac{x^2-5x+1}{x^2+x+1} \leq 5$.

   Sol : $S = \left]-\infty;-2\right] \cup \left[-\dfrac{1}{2};0\right]$

2. Détermine toutes les valeurs de a pour lesquelles $ax^2 - x + a \geq 0$.

   Sol : $a \geq \dfrac{1}{2}$

3. Pour quelles valeurs réelles de m le trinôme $mx^2 + 2mx + 1$ possède-t-il deux racines réelles distinctes ?

   Sol : $m \in \left]-\infty;0\right[\cup \left]1;+\infty\right[$

4. Détermine toutes les valeurs de m pour que l'inéquation $mx^2 + (2m+1)x + m + 2 < 0$ admette $\mathbb{R}$ comme ensemble des solutions.

   Sol : $0 < m < -\dfrac{1}{4}$

5. Détermine les valeurs du paramètre m pour lesquelles l'inégalité $\dfrac{5x^2 - mx + 5}{(x+1)^2} < 6 \quad (\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\})$ est satisfaite. (*Examen d'admission, EPL, Juillet 2018*)

   Sol : $-16 < m < -8$